

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА XX НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Областен кръг на олимпиадата по астрономия

24 февруари 2017 г.

Възрастова група IX-X клас – решения

1 задача. Еклиптика. Дадена ви е екваториална карта на звездното небе. Небесният екватор представлява права линия, минаваща по средата на картата. Както знаете, видимият годишен път на Слънцето по небето се нарича еклиптика. Равнината на еклиптиката е наклонена към небесния екватор на ъгъл приблизително 23.5° .

- А) Отбележете на картата пролетната и есенната равноденствени точки съответно със символите Υ и Ω . Отбележете точките, в които Слънцето се намира в моментите на лятно и зимно слънцестояние.

- Б) Нарисувайте приблизително еклиптиката на картата.

- В) Като започнете от пролетната равноденствена точка, избройте последователно през кои съзвездия минава Слънцето при своето видимо годишно движение по еклиптиката.

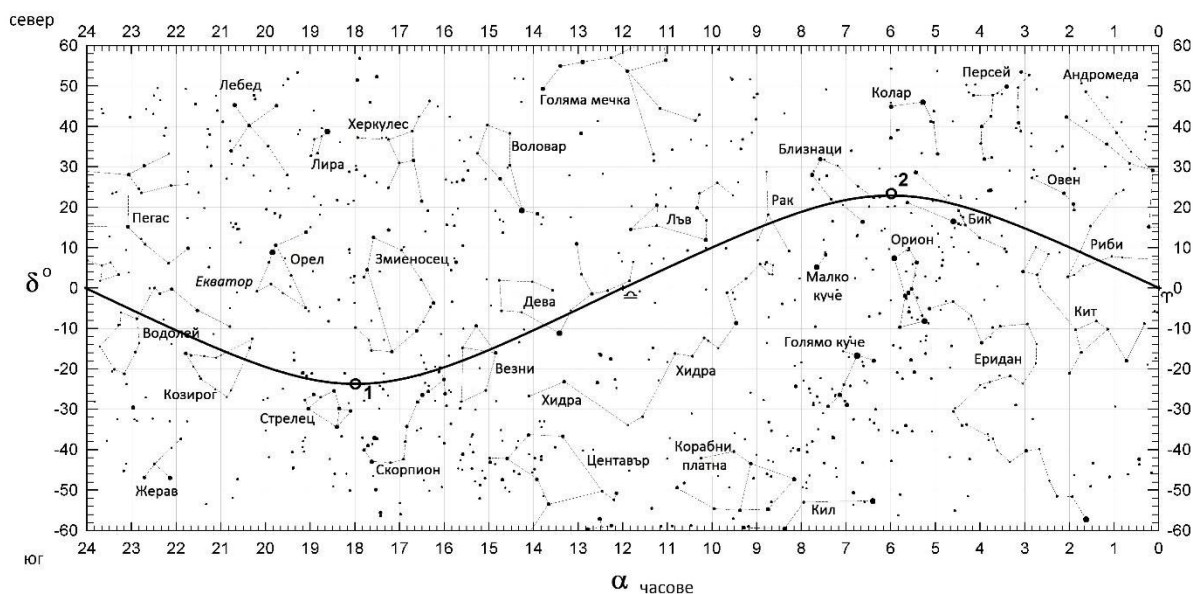
Решение:

Точките на пролетно и есенно равноденствие са пресечните точки на еклиптиката и небесния екватор. Двете точки имат деклинация 0° . Пролетната равноденствена точка има ректасцензия 0^h . Есенната равноденствена точка има ректасцензия 12^h . Като имаме предвид това, отбелязваме двете точки на картата със съответните символи.

В момента на зимно слънцестояние Слънцето е в точката от еклиптиката, която е максимално отклонена на юг от небесния екватор. Деклинацията на Слънцето тогава е -23.5° . Точката е равноотдалечена от точките на есенно и пролетно равноденствие и има ректасцензия 18^h . Като използваме това, нанасяме на картата точката 1, която е точката на зимно слънцестояние. При лятно слънцестояние Слънцето е в точка от еклиптиката, максимално отклонена на север от екватора. Тогава неговата деклинация е $+23.5^\circ$, а ректасцензията е 6^h . На картата това е точка 2.

Като знаем, че еклиптиката минава през точките на зимно слънцестояние, пролетно равноденствие, лятно слънцестояние и есенно равноденствие, прекарваме през тези точки плавна крива и това е еклиптиката.

ЕКВАТОРИАЛНА КАРТА НА ЗВЕЗДНОТО НЕБЕ



По своя видим годишен път Слънцето се движи от запад на изток – отдясно наляво на картата. Започвайки от пролетната равноденствена точка, то минава през съзвездията Риби, Овен, Бик, Близнаци, Рак, Лъв, Дева, Везни, Скорпион, Стрелец, Козирог, Водолей. Това са дванадесетте зодиакални съзвездия, които са били съставени именно с цел да обозначават видимия път на Слънцето. Между съзвездията Скорпион и Стрелец Слънцето пресича и част от съзвездието Змиеносец. Това се е получило в резултат от начина, по който са били очертани границите на съзвездията според решението на Международния астрономически съюз, взето през 1928 г. Тогава е била приета нова дефиниция на съзвездията като области от небето с определени граници. Преди това съзвездията са били възприемани като фигури от ярки звезди, изобразяващи митични герои и фантастични същества.

От участниците не се изисква да напишат названията на съзвездията върху картата.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За нанасяне на точките на слънцестоянията и равноденствията и обяснение – 4 т.

За очертаване на еклиптиката – 4 т.

За изброяване на 12-те зодиакални съзвездия, през които минава Слънцето – 4 т.

За посочване сред тях и на съзвездието Змиеносец могат да се дават допълнителни точки за награда.

2 задача. Луна на полюса. На Северния полюс на Земята Слънцето изгрява само веднъж в годината и залязва само веднъж.



- А) Колко пъти в годината изгрява и залязва там Луната?
- Б) Кога по време на полярната нощ на Северния полюс можем да видим Луната във фаза като дадената на рисунката вляво?
- В) Кога по време на полярната нощ можем да видим Луната в пълнолуние ниско над хоризонта?
- Г) Да предположим, че на северния полюс се наблюдава изгрев на Луната в момент на пълнолуние. Ще означим този изгрев с номер 1, следващия изгрев на Луната – с номер 2 и т.н. Каква ще бъде възрастта на Луната при изгрев номер 4? Нарисувайте приблизително как ще изглежда нейната фаза.

Възрастта на Луната характеризира нейната фаза и се отчита в дни след момента на новолуние.

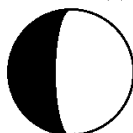
Решение:

На северния полюс равнината на математическия хоризонт съвпада с равнината на небесния екватор. Проекцията на лунната орбита около Земята ще представлява голям кръг, който ще пресича небесния екватор в две противоположни точки. Макар тези точки да не са с постоянни положения поради прецесията на лунната орбита, все едно, половината от нея винаги ще е в северната небесна полусфера, а значи и над хоризонта за наблюдател на полюса, а другата половина от лунната орбита ще е под хоризонта. Поради орбиталното си движение около Земята, за нас Луната извършва видимо движение на фона на звездите с период един звезден или сидеричен лунен месец. Следователно за наблюдател на полюса на Земята Луната ще изгрява веднъж във всеки сидеричен месец, който се равнява на 27.32 денонощия. В годината от 365.25 денонощия се съдържат $365.25 / 27.32 \approx 13.37$ сидерични месеца. Оттук заключаваме, че за една година Луната на северния полюс ще изгрее 13 пъти. Ако се случи първият лунен изгрев да е достатъчно скоро след началото на годината, то до края на годината могат да се наблюдават и 14 лунни изгрева.

Луната в показаната на рисунката фаза е тънък сърп, изпъкнал надясно. Следователно тя отстои на малко видимо ъглово разстояние от Слънцето, а Слънцето е в позиция надясно от нея. Тъй като става въпрос за полярна нощ, Слънцето трябва да е под хоризонта. Движенията на Слънцето по еклиптиката и на Луната по нейната орбита стават от запад на изток. От гледна точка на наблюдател на северния полюс тези движения стават по посока обратна на часовниковата стрелка. Оттук следва, че скоро предстои единственият през годината изгрев на Слънцето. Луната може да се наблюдава в показаната фаза ниско над хоризонта в края на полярната нощ.

В пълнолуние Луната се намира приблизително в диаметрално противоположната точка от небесната сфера спрямо Слънцето. За да я видим от северния полюс в пълнолуние и ниско над хоризонта, трябва Слънцето да е в противоположната точка на малък ъгъл под хоризонта. Това може да се случи или в началото, или в края на полярната нощ.

Вече обяснихме, че изгревите на Луната на северния полюс стават през период от един сидеричен луен месец. Но смяната на лунните фази става през период от един синодичен луен месец. Разликата между двата периода е: $29.53 - 27.32 = 2.21$ денонощия. Щом при първия изгрев Луната е била в пълнолуние, то нейната възраст е била $29.53 / 2 = 14.765$ дни. При втория изгрев възрастта на Луната ще бъде $14.765 - 2.21 = 12.555$ дни. Съответно при четвъртия изгрев възрастта на Луната ще бъде $14.765 - 3 \times 2.21 = 8.135$ дни. Нейната фаза ще е около един ден след първа четвърт. Тя ще изглежда примерно така:



Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За идеята, че на северния полюс Луната ще изгрява веднъж на месец – 1 т.

За обосновка на идеята и посочване на сидеричния месец като период между изгревите на Луната – 1 т.

За намиране на броя изгреви в една година – 1 т.

За обяснение на взаимното разположение на Слънцето и Луната спрямо хоризонта, когато тя се наблюдава във фазата, показана на рисунката – 2 т.

За отговор кога през полярната нощ ще се наблюдава такава фаза – 1 т.

За правилни разсъждения кога през полярната нощ Луната ще е в пълнолуние ниско над хоризонта – 2 т.

За правилен краен извод от разсъжденията – 1 т.

За правилен метод на пресмятане на възрастта на Луната при изгрев № 4 – 1 т.

За верен числен отговор – 1 т.

За правилна рисунка на фазата – 1 т.

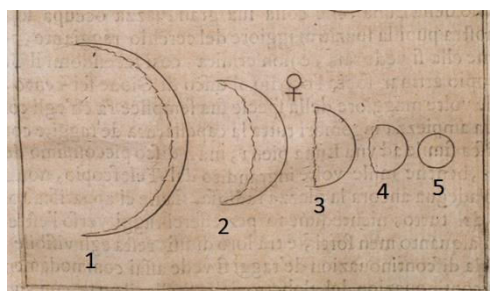
3 задача. Венера в XVII век. В 1610 г. Галилео Галилей за първи път наблюдава планетата Венера със своя новоизобретен телескоп и проследява изменението на нейните фази и видими ъглови размери. Пред вас са зарисовките на Венера, направени от Галилей с много добра точност.

• А) Направете необходимите измервания и определете приблизително радиуса на орбитата на Венера около Слънцето в астрономически единици (една астрономическа единица е радиусът на земната орбита). Решете това подусловие по два начина, като използвате различни комбинации от изображения на Венера.

• Б) Нарисувайте схема със Слънцето и орбитите на Венера и Земята. Изберете едно положение на Земята по нейната орбита. Отбележете върху схемата положенията на Венера спрямо Земята в представените от Галилей фази. Не се изискват пресмятания – нарисуйте положенията приблизително.

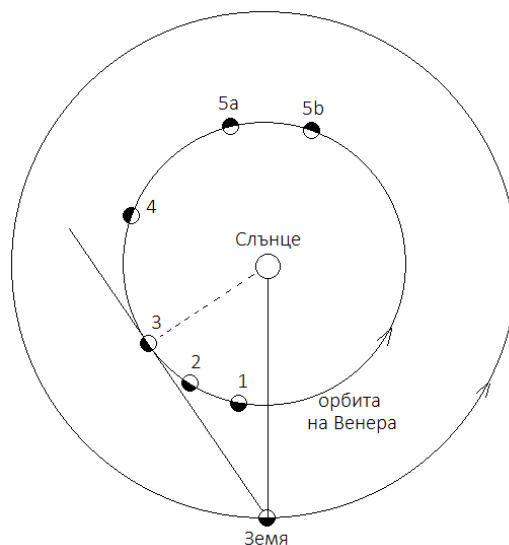
Решение:

Да номерираме изображенията на Венера, зарисувани от Галилей, от 1 до 5.



На зарисовките се вижда как се променя не само фазата на Венера, а и нейният видим размер. Промяната на видимия размер се дължи на изменението на разстоянието между Венера и земния наблюдател. На схемата към нас е обърнат северният полюс на Земята и околоосното въртене на Земята, също както и орбиталното движение на планетите става обратно на часовниковата стрелка.

Във фаза 1, както я е зарисувал Галилей, Венера е с голям видим ъглов размер и изглежда като много тънък сърп – към нас е обърната по-голямата част от нейната неосветена от Слънцето страна. Това означава, че Венера е близо до долно съединение, когато разстоянието между нея и Земята е минимално. Сърпът на Венера е с изпъкналата си страна надясно, следователно за земния наблюдател в северното полукълбо, където е Италия, тя е на малко ъглово отстояние източно от Слънцето, или в положение 1 на схемата.



Във фаза 2 според зарисовката, от Земята се вижда малко повече от осветената от Слънцето страна на Венера и тя се намира в положение 2 на схемата.

Във фаза 3 точно половината от видимата за Земята страна на Венера е осветена. Това означава, че Венера е в максимална източна елонгация и ъгълът Слънце – Венера – Земя е прав. Венера е в положение 3 на схемата.

Във фаза 4 към Земята е обърната по-голямата част от осветената от Слънцето страна на Венера. Само малка част от неосветената ѝ страна е към земния наблюдател от източната (лявата) страна на планетата. Тогава тя е в положение 4 на схемата.

Във фаза 5 Галилео Галилей е виждал почти цялата осветена страна на Венера и планетата е била с най-малки ъглови размери. Тогава Венера е била близо до горно съединение, когато е максимално отдалечена от Земята. Все пак, за да може да се наблюдава от нашата планета, тя не трябва да е твърде близо по ъглово отстояние от Слънцето. Тъй като Галилей я е нарисувал като пълен кръг, Венера вероятно е била в едно от положенията 5a или 5b, но не може да се каже точно дали е била на изток или на запад от Слънцето.

За да определим радиуса на орбитата на Венера в астрономически единици, нека вземем две нейни положения – 1 и 5. Да означим радиусите на орбитите на Земята и Венера около Слънцето съответно с r' и r'' . Понеже от нас се иска приблизително решение, ще считаме, че в положение 1 Венера е била на разстояние от Земята $r_1 = r' - r''$, а в положение 5 – на разстояние $r_5 = r' + r''$. Измерваме диаметрите на Венера върху зарисовката в положенията 1 и 5. Получаваме: $d_1 = 65.5 \text{ mm}$, $d_5 = 11.5 \text{ mm}$. Тези диаметри са пропорционални на видимите ъглови диаметри на планетата, както е била наблюдавана от Галилей. Следователно те трябва да са обратно пропорционални на разстоянията между Земята и Венера в двата случая. Така получаваме:

$$\frac{d_1}{d_5} = \frac{r_5}{r_1}$$

$$\frac{d_1}{d_5} = \frac{r' + r''}{r' - r''}$$

За да намерим радиуса на орбитата на Венера в астрономически единици, ние фактически трябва да пресметнем отношението r''/r' :

$$\frac{r''}{r'} = \frac{\frac{d_1}{d_5} - 1}{\frac{d_1}{d_5} + 1}$$

$$\frac{r''}{r'} \approx 0.7$$

Радиусът на орбитата на Венера е приблизително 0.7 астрономически единици, което е доста точен резултат.

Може да намерим този радиус като използваме и друга комбинация от положения на Венера – 1 и 3. Измерваме видимия диаметър на Венера върху зарисовката във фаза 3. Получаваме $d_3 = 27$ mm. Да означим разстоянието от Земята до Венера в положение 3 с r_3 . В сила е съотношението:

$$\frac{d_1}{d_3} = \frac{r_3}{r_1}$$

Когато Венера е в положение 3, триъгълникът Слънце – Венера – Земя е правоъгълен и за него можем да напишем Питагоровата теорема:

$$r'^2 = r''^2 + r_3^2$$

От последните две уравнения намираме:

$$r_3 = \sqrt{r'^2 - r''^2}$$

$$\frac{d_1}{d_3} = \frac{\sqrt{r'^2 - r''^2}}{r' - r''}$$

$$\frac{r''}{r'} = \frac{\left(\frac{d_1}{d_3}\right)^2 - 1}{\left(\frac{d_1}{d_3}\right)^2 + 1}$$

$$\frac{r''}{r'} \approx 0.7$$

Така получаваме същия резултат и още веднъж се убеждаваме, че Галилей е направил своите зарисовки наистина точно.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилна идея и избор на две положения на Венера с цел определяне на орбиталния радиус по един от начините – 2 т.

За измервания върху зарисовките – 2 т.

За алгебрични преобразувания – 2 т.

За верен числен резултат – 1 т.

За пресмятане по още един начин – 2 т.

За правилно нанасяне на петте положения на Венера върху схема и обяснение – 3 т.

4 задача. Лунна станция.

От септември 2007 г. до юни 2009 г. японската космическа станция Kaguya е изследвала Луната. Станцията е била спътник на Луната, като се е движила по кръгова орбита с височина 100 км над лунната повърхност. Орбитата е била полярна – станцията е прелитала над двата полюса на Луната. Пред вас е поредица от снимки, направени от станцията. Те показват последователни моменти от издигането на Земята над лунния хоризонт.

- А) Направете необходимите измервания и определете времевите интервали между отделните снимки.
- Б) Разгледайте добре Земята и определете приблизително по кое време на годината е била направена поредицата от снимки. Обяснете вашия отговор.

Решение:

Измерваме на снимката диаметъра на Земята, който се оказва $d = 28.5 \text{ mm}$. Измерваме също така височината над лунния хоризонт на най-горната точка от видимия земен диск в четирите различни положения и получаваме $h_1 = 7 \text{ mm}$, $h_2 = 11.5 \text{ mm}$, $h_3 = 20 \text{ mm}$, $h_4 = 29 \text{ mm}$.

Да означим разстоянието между Земята и Луната с r , а диаметъра на Земята в километри с $D = 2 \times 6371 \text{ km} = 12742 \text{ km}$. Видимият от Луната ъглов диаметър на Земята ще бъде:

$$\delta = \frac{D}{r} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$\delta \approx 1.9^\circ$$

Като използваме измерванията върху снимката, можем да получим с колко градуса се е издигнала Земята над хоризонта при наблюдение от станцията Кагуа между първото и второто положение:

$$h_{12} = \frac{h_2 - h_1}{d} \cdot \delta$$

$$h_{12} \approx 0.3^\circ$$

По аналогичен начин получаваме с колко градуса се е издигнала Земята между второто и третото положение, както и между третото и четвъртото положение:

$$h_{23} = \frac{h_3 - h_2}{d} \cdot \delta \approx 0.57^\circ$$

$$h_{34} = \frac{h_4 - h_3}{d} \cdot \delta \approx 0.6^\circ$$

За да намерим времевите интервали между отделните снимки, трябва да определим орбиталния период T на космическата станция. Означаваме с R радиуса на Луната, с H височината на орбитата на станцията над лунната повърхност и с M масата на Луната. Използваме третия закон на Кеплер:

$$\frac{(R + H)^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2}$$

По-нататък пресмятаме:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R + H)^3}{\gamma M}}$$

$$T \approx 7071 \text{ sec} \approx 1.96 \text{ h}$$

Съответните времеви интервали между снимките ще бъдат:

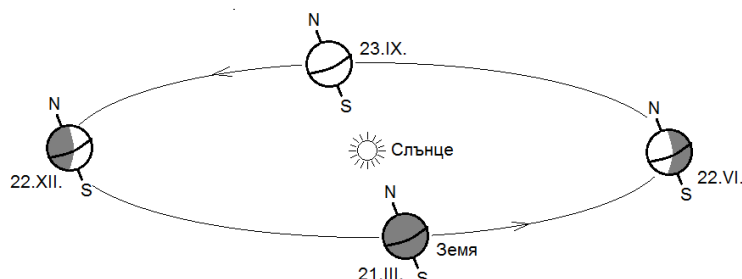
$$t_{12} = \frac{h_{12}}{360^\circ} \cdot T \approx 5.9 \text{ sec}$$

$$t_{23} = \frac{h_{23}}{360^\circ} \cdot T \approx 11.2 \text{ sec}$$

$$t_{34} = \frac{h_{34}}{360^\circ} \cdot T \approx 11.8 \text{ sec}$$

По времето, когато са направени снимките, за лунния наблюдател Земята е изглеждала като пълен светъл кръг – била е във фаза „пълноземие“. Оттук следва, че Луната е била между Земята и Слънцето, близо до правата, която свързва центровете на тези две тела. От Луната се е

виждала практически цялата осветена от Слънцето страна, или с други думи, обърнатата към Слънцето страна на Земята. На земното кълбо се различава континентът Австралия, а под него – леденият континент Антарктида. Следователно от горната страна е северният полюс на Земята, а от долната – южният полюс. Като разгледаме дадената ни географска карта, можем да се убедим, че земният екватор пресича почти през центъра видимия диск на Земята. Земният терминатор (линията, разделяща тъмната от светлата страна на земното кълбо) минава близо до полюсите на нашата планета. Следователно снимките са направени в момент, близък до пролетното или до есенното равноденствие.



Орбитата на космическата станция е полярна. Това означава, че посоката надолу върху изображенията е успоредна на лунния меридиан, над който лети станцията. Оста на Луната е почти вертикална към равнината на еклиптиката. Оста на земното кълбо, както е изобразено на снимките, е леко наклонена наляво. От схемата по-горе виждаме, че подобен изглед би имало земното кълбо около есенното равноденствие. Именно в този период са били направени снимките от станцията.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За измервания върху снимките на височините на характерна точка от Земята над лунния хоризонт – 2 т.

За правилни пресмятания на височините в градуси или дъгови минути – 2 т.

За определяне на орбиталния период на станцията – 3 т.

За пресмятане на времевите интервали – 2 т.

За разсъждения относно времето от годината, когато са направени снимките – 2 т.

За правилен краен извод – 1 т.

Справочни данни:

Сидеричен лунен месец – 27.32 денонощия

Синодичен лунен месец – 29.53 денонощия

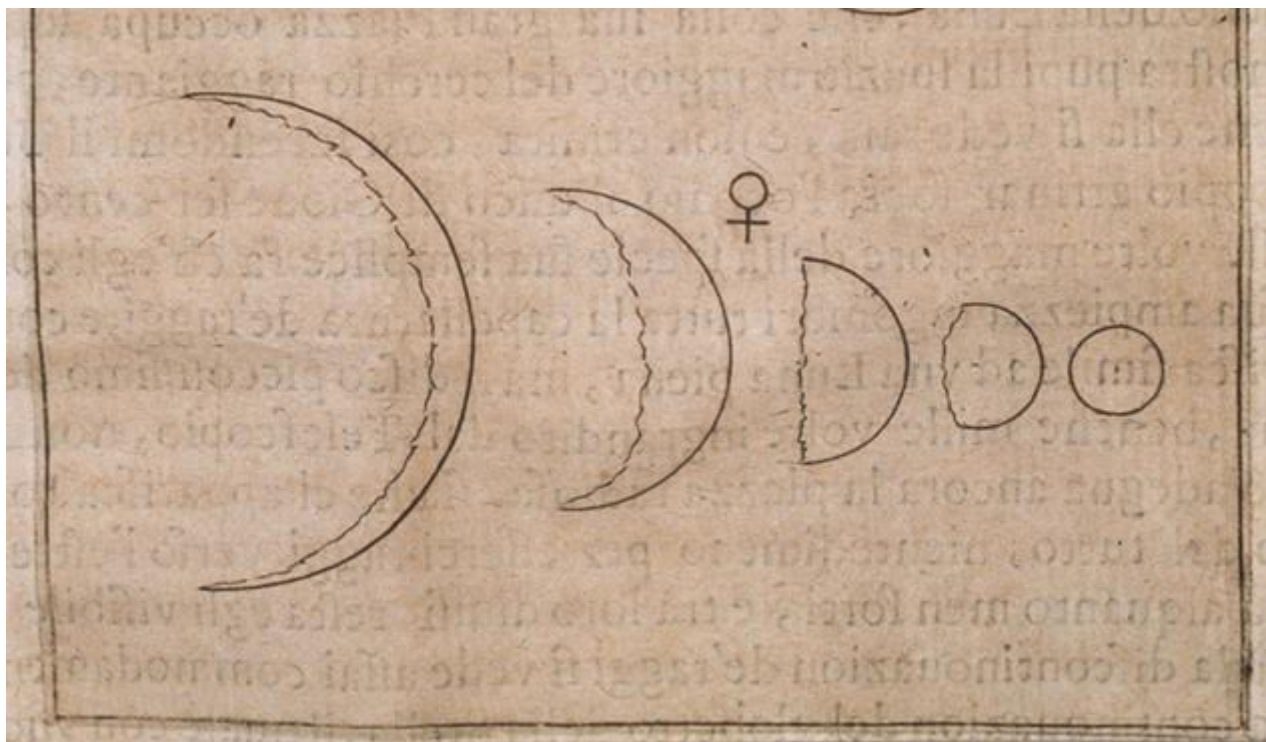
Разстояние от Земята до Луната – 384 000 км

Радиус на Земята – 6371 км

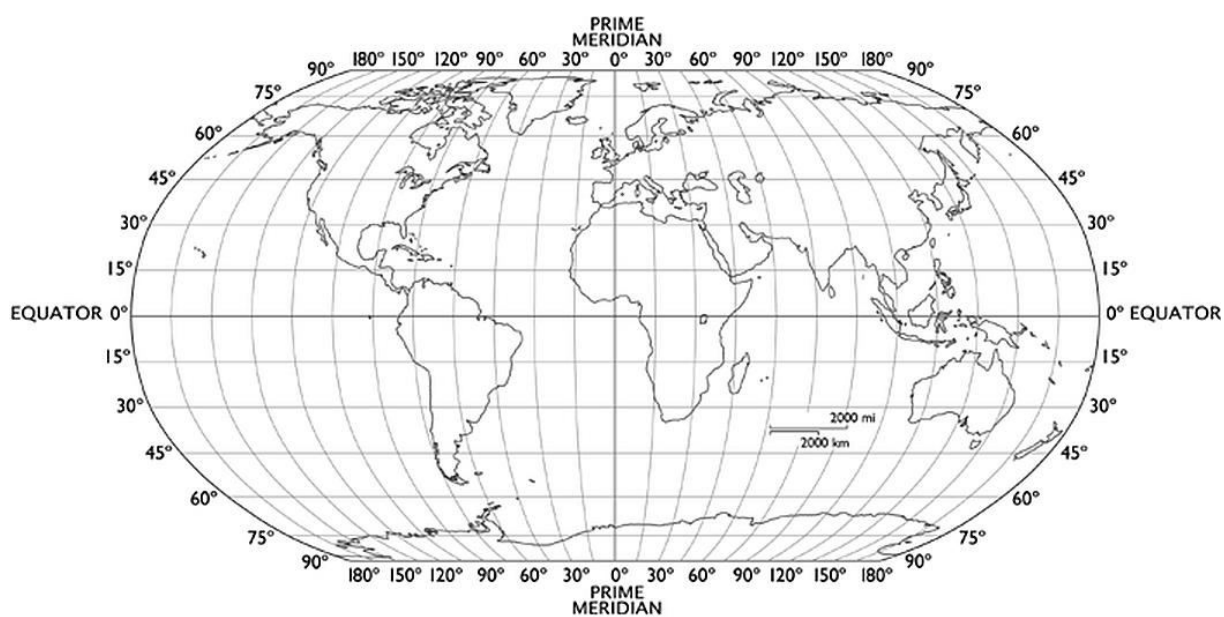
Радиус на Луната – 1738 км

Маса на Луната – 7.35×10^{22} кг

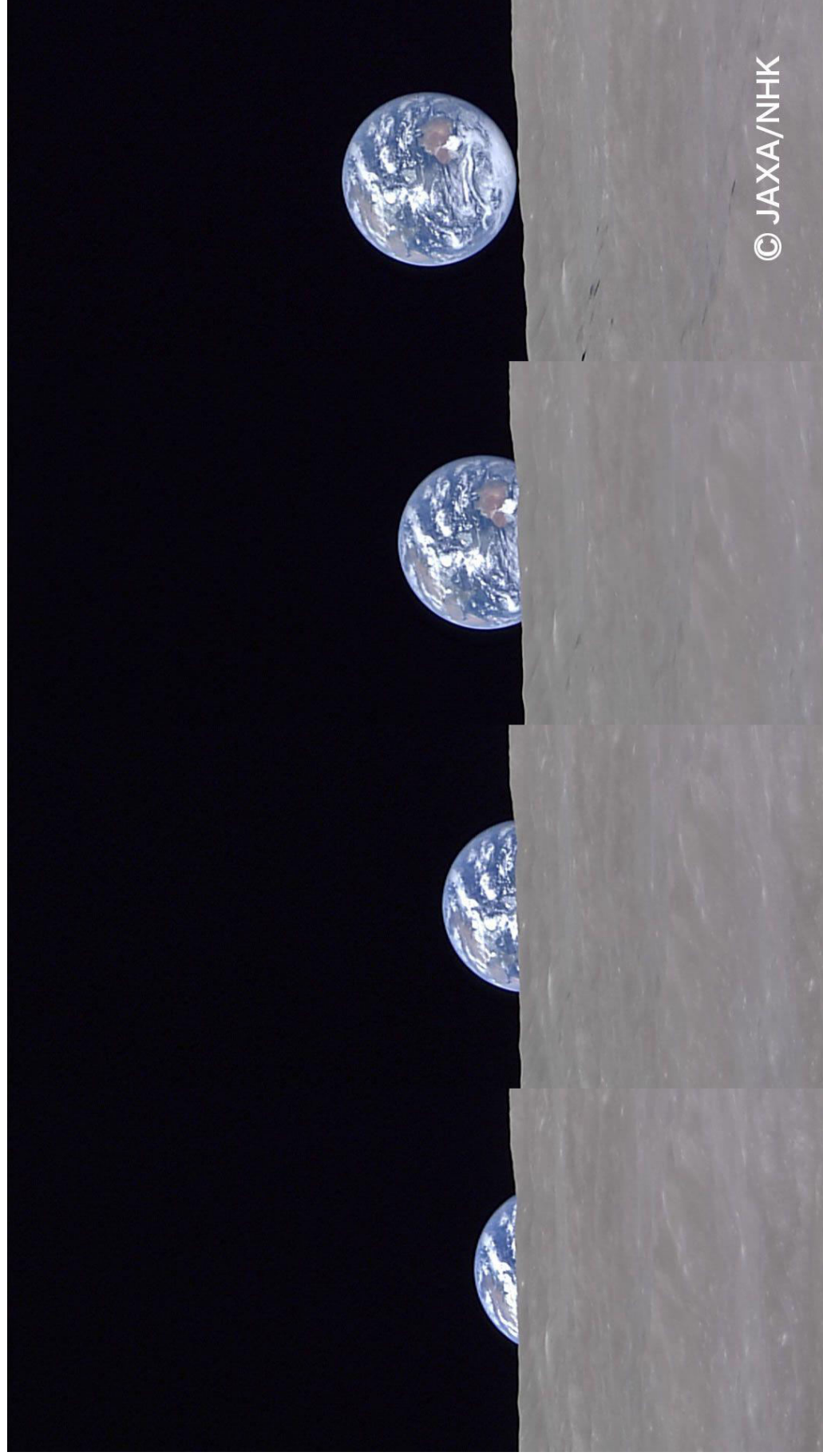
Гравитационна константа – $6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 / \text{кг} \cdot \text{с}^2$



Зарисовки на Венера, направени от Галилео Галилей – към 3 задача.

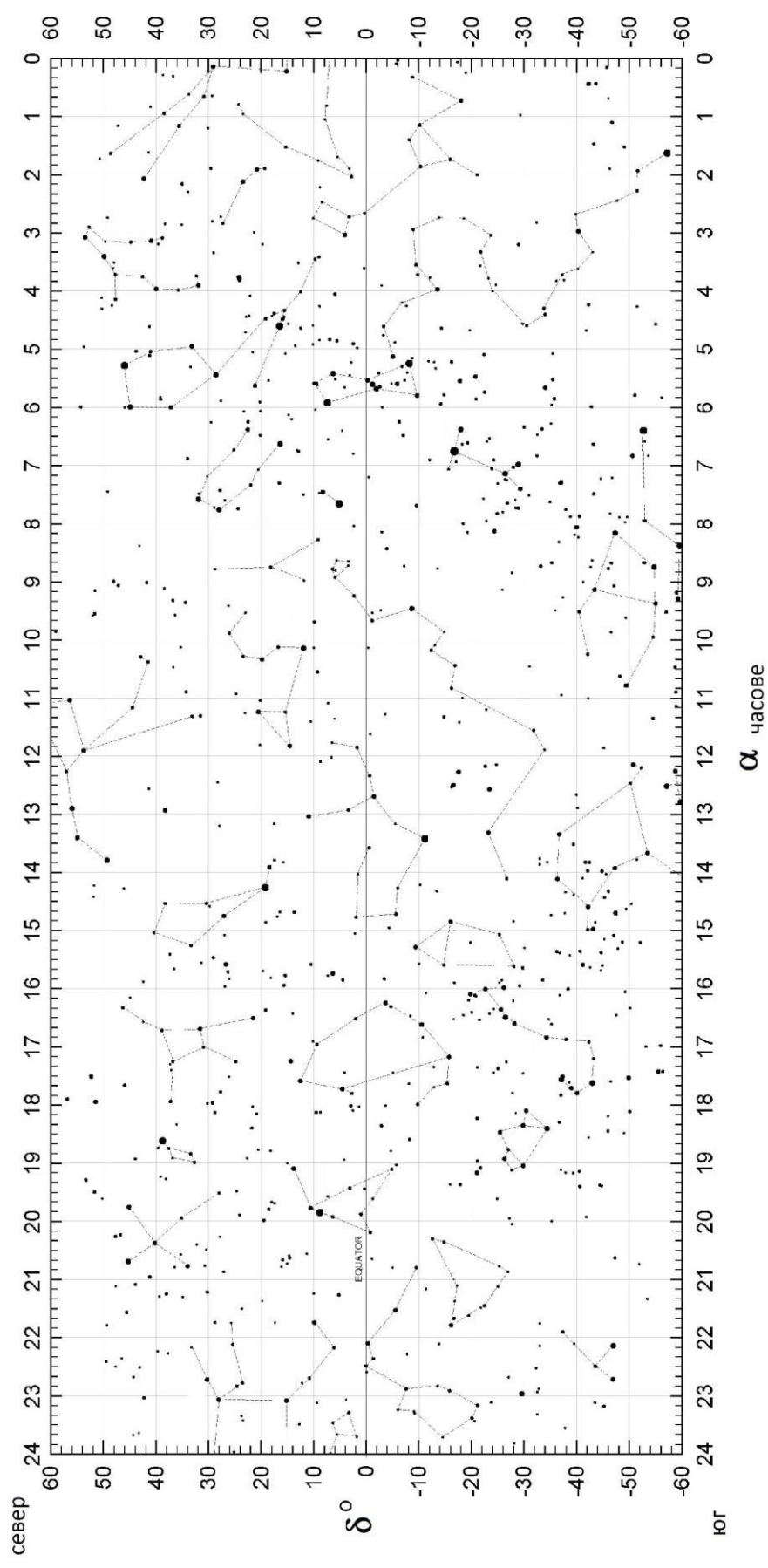


Географска карта на Земята – можете да я ползвате, ако ви потрябва – към 4 задача, Б).



Поредица от снимки, направени от японската станция Kaguya – към 4 задача

ЕКВАТОРИАЛНА КАРТА НА ЗВЕЗДНОТО НЕБЕ



Звездна карта – към 1 задача